S 19/17

Hauptbedingung:

Vquader : $l \cdot b \cdot h$

Nebenbedingung:

$l + b + h = 90\,cm$

$b = \frac{2}{3} l$

$\Rightarrow \underbrace{l + \frac{2}{3} l} + h = 90\,cm$

$\frac{5}{3} l + h = 90\,cm$

Umstellen auf h:

$h = 90 - \frac{5}{3} l$

Zielfunktion:

$V(l) = \frac{2}{3} l \cdot l \cdot (90 - \frac{5}{3} l)$

$V(l) = \frac{2}{3} l^2 (90 - \frac{5}{3} l)$

$V(l) = 60 l^2 - \frac{10}{9} l^3$

Berechne Extrema:

Notw. Bed.: $V' \overset{!}{=} 0$

$0 = 120 l - \frac{10}{3} l^2 \rightarrow$ ausklammern

$0 = l (120 - \frac{10}{3} l)$

WPS: $l_1 = 0$ oder $(120 - \frac{10}{3} l) = 0$

$0 = 120 - \frac{10}{3} l \quad | + \frac{10}{3} l$

$\frac{10}{3} l = 120 \quad | : \frac{10}{3}$

$l_2 = 36\,cm$

Hinreichende Bed.: $V'' \neq 0$

$V''(36) = -\frac{20}{3} \cdot 36 + 120 = -120 < 0 \Rightarrow$ HP bei $l_{e2} = 36\,cm$

$V''(0) = -\frac{20}{3} \cdot 0 + 120 = 120 > 0 \Rightarrow$ TP bei $l_{e1} = 0\,cm$

Berechne Maximalvolumen:

$V(36) = 60 \cdot 36^2 - \frac{10}{9} \cdot 36^3 = 25.920\,cm^3 \Rightarrow$ Maxi

Antwort: Folgende Abmessungen sind zu wählen:

$l = \underline{36}\,cm$, $b = \frac{2}{3} l \Rightarrow \underline{\underline{24}}\,cm$, $h = 90 - 24 - 36 = \underline{\underline{30}}\,cm$